

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## **Geometria com animações interativas**

Maria Alice Gravina.  
Carlos Eduardo Souza Ferreira.  
Instituto de Matemática, UFRGS

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## A aprendizagem da Geometria

- pesquisa documenta dificuldades dos alunos que iniciam o estudo da geometria
- adicional dificuldade advém da forma de apresentação do saber matemático

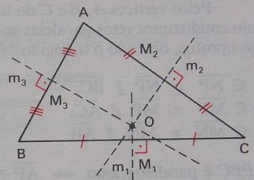
Sendo o  $\triangle ABC$ ,

*Hipótese*  
 $m_1, m_2, m_3$  mediatrizes de  $\overline{BC}, \overline{AC}$  e  $\overline{AB}$

*Tese*  
 $\left\{ \begin{array}{l} 1) m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\} \\ 2) \overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC} \end{array} \right.$

*Demonstração*  
 Seja  $O$  o ponto tal que:  
 $m_2 \cap m_3 = \{O\}$   
 $O \in m_2 \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OC}$   
 $O \in m_3 \Rightarrow \overline{OA} \equiv \overline{OB}$   
 $\Rightarrow \overline{OB} \equiv \overline{OC} \Rightarrow O \in m_1$

Logo,  
 1)  $m_1 \cap m_2 \cap m_3 = \{O\}$  e 2)  $\overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC}$ .



Seja  $ABC$  o triângulo.

*Hipótese*  
 $(AM = MB, AN = NC) \Rightarrow$

*Tese*  
 $\left\{ \begin{array}{l} 1) MN \perp BC \\ 2) MN = \frac{1}{2} BC \end{array} \right.$

*Demonstração*  
 Conduzimos por  $C$  uma reta paralela à reta  $\overline{AB}$  e seja  $D$  o ponto de interseção com a reta  $\overline{AN}$ :  $CD \not\parallel \overline{AB}$ .  
 $CD \not\parallel \overline{AB} \Rightarrow \hat{C} = \hat{A}$

$(\hat{C} = \hat{A}, AN = CN, N \text{ o.p.v.}) \text{ d.d.} \triangle AMN = \triangle CDN \Rightarrow$   
 $\Rightarrow CD = AM \Rightarrow CD = MB$   
 $(CD \not\parallel MB, \text{ e } CD = MB) \Rightarrow MBCD \text{ e paralelogramo} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow MD \not\parallel BC \Rightarrow MN \not\parallel BC$

E ainda:  
 $\triangle AMN = \triangle CDN \Rightarrow MN = DN$   
 $MNCD \text{ e paralelogramo} \Rightarrow MD = BC$   
 $\Rightarrow 2 \cdot MN = BC \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$ .

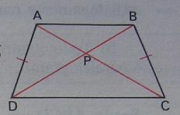
b) Se um segmento paralelo a um lado de um triângulo tem uma extremidade no ponto médio de um lado e a outra extremidade no terceiro lado, então esta extremidade é ponto médio do terceiro lado.

*Hipótese*  
 $ABCD$  é trapézio de bases  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AD} \equiv \overline{BC}$

*Tese*  
 $\overline{AC} \equiv \overline{BD}$

*Demonstração*  
 Observemos os triângulos  $ADC$  e  $BCD$ :  
 $(\overline{AD} \equiv \overline{BC}, \hat{D} \equiv \hat{C}, DC = CD) \stackrel{LAL}{\Rightarrow} \triangle ADC \equiv \triangle BCD \Rightarrow \overline{AC} \equiv \overline{BD}$

**Nota**  
 Da congruência acima obtemos  $\hat{ACD} \equiv \hat{BCD}$ . Daí decorre que os triângulos  $PCD$  e  $PAB$  são isósceles com bases  $\overline{CD}$  e  $\overline{AB}$ , sendo  $P$  o ponto onde as diagonais se cortam.



# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

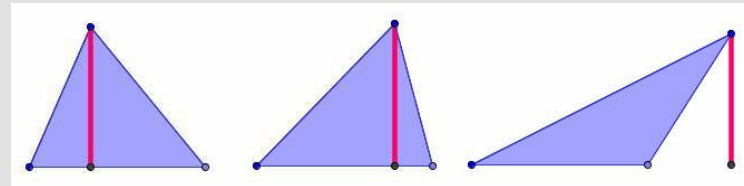
## A comunicação em Matemática

- sistema de representação faz uso de linguagem natural e de signos;
- sistema de representação dá suporte ao raciocínio e produção de conhecimento (Vygotsky).
- pesquisas sobre sistemas de representação semiótica no processo de aprendizagem da Matemática sinalizam dificuldades do alunos

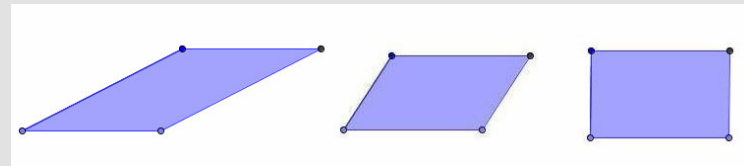
# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## Exemplos ilustrativos de erros dos alunos

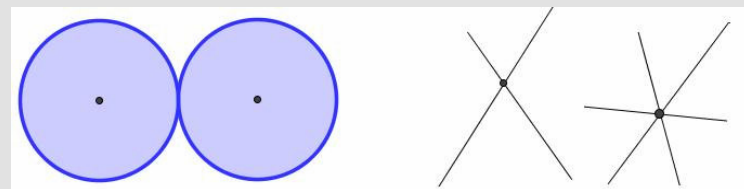
- “a altura do triângulo é segmento no seu interior”



- “paralelogramo é quadrilátero com dois ângulos agudos e dois obtusos”



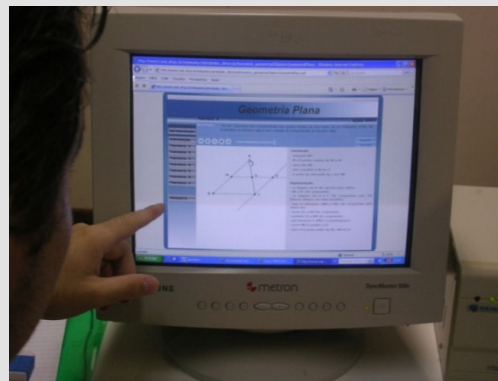
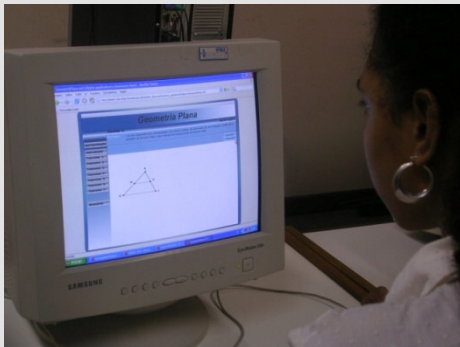
- “círculos tangentes se interceptam em infinitos pontos” ou  
“o ponto de intersecção de duas retas e’ menor que o ponto de intersecção de três retas”



# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## As mídias digitais em Matemática, na perspectiva de Levy

- potencializam novas possibilidades para os sistemas de representação semiótica.
- os sistemas se tornam dinâmicos, facilitam a apropriação de seu funcionamento.



# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## Manifestações dos alunos cursando Geometria I (2009/01)

- *“Além de entendermos com clareza os passos da construção, podemos interagir com ela. Houve um a clareza melhor sobre congruências e como demonstrar os teoremas.”*
- *“(O objeto) é uma ótima ajuda na visualização e na forma com que a argumentação deve ser feita. Auxiliou-me muito no raciocínio referente a tais figuras.”*
- *“Podemos aprender a demonstrar com o objeto, pois além de ele ser prático e de fácil manuseio, é também objetivo. Podemos entender as explicações e demonstrações.”*
- *“O objeto facilita a visualização dos teoremas.”*
- *“O objeto é interessante, pois além de acompanhar a explanação do teorema, aprendemos os passos de cada construção.”*

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## Mídias digitais e o Objeto de Aprendizagem Geometria Plana

**Geometria Plana**

**Teorema 11** Ajuda Sobre

**Enunciado:** Em um triângulo o ponto da interseção de duas medianas divide as medianas na razão 1:2

**Apresentação**

**Introdução**

**Teorema 1**

**Teorema 2**

**Teorema 3**

**Teorema 4**

**Teorema 5**

**Teorema 6**

**Teorema 7**

**Teorema 8**

**Teorema 9**

**Teorema 10**

**Teorema 11**

**Glossário**

**Construção:**

- triângulo ABC
- M e N pontos médios de AB e AC
- CM e BN medianas do triângulo ABC
- O ponto de interseção de CM e BN
- Q ponto médio de BO
- P ponto médio de CO

**Argumentação:**

- pelo Teorema da Base Média no triângulo BOC, temos QP paralelo à BC e  $QP=BC/2$
- pelo Teorema da Base Média no triângulo BAC, temos MN paralelo à BC e  $MN=BC/2$
- logo MN e QP são segmentos paralelos e congruentes
- pelo teorema 4 MNPQ é paralelogramo
- pelo teorema 6 as diagonais de MNPQ se bissectam
- como P é ponto médio de CO e Q é ponto médio de BO temos  $BQ=QO=ON$  e  $CP=PO=OM$

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## O processo de pesquisa e implementação do objeto de aprendizagem

### ➤ Aspectos pedagógicos

- Imagens dinâmicas;
- Demonstrações interativas;
- Aprendizado autônomo;
- Sincronização do ritmo de aprendizagem.

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## O processo de pesquisa e implementação do objeto de aprendizagem

### ➤ Aspectos técnicos

- Design;
- Interface intuitiva;
- Desenvolvimento de algoritmos;
- Método de implementação.
- Finaciado pelo edital 09, SEAD / UFRGS.

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## Conclusões

- Nossa experiência na produção do objeto “Geometria Plana” mostra o quão importante é considerar, no processo de implementação, as inter-relações entre aspectos pedagógicos e tecnológicos, de forma a ter-se um produto com as características de um objeto de aprendizagem;
- Foram gerados algoritmos para a criação de campos interativos de exploração e de demonstração dos teoremas e que também foi feita uma padronização de interface;
- Contribuição para educação presencial e a distância

# A aprendizagem da Geometria através de animações interativas

## Bibliografia

- BALACHEFF, N. Processus de Preuve et Situations de Validation, Educational Studies in Mathematics, vol. 18, Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1987.
- FISCHBEIN, E. The theory of figural concepts, Educational Studies in Mathematics, vol. 24/2, Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994
- GRAVINA, M. A .Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotetico dedutivo, Tese de doutorado no Programa de PósGraduação em Informática na Educação/UFRGS, disponível em <http://www.biblioteca.ufrgs.br/bibliotecadigital/>, 2001.
- VYGOTSKY, L. S. Mind in society: The development of higher psychological process. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.
- WILEY, D. A . Connecting learning objects to instructional design theory : a definition, a metaphor and a taxonomy. Disponível em :<http://reusability.org/read/chpters/wiley.doc>. Acesso em 27 de maio de 2009.
- O objeto foi desenvolvido com o apoio do Edital UFRGS EAD 09